

15. Решите неравенство: $\log_{0,25}(1-6x) \cdot \log_{(1-x)}\left(\frac{1}{2}\right) > 1$

Решение.

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 1-6x > 0, \\ 1-x > 0, \\ 1-x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{6}, \\ x < 1, \\ x \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{6}, \\ x \neq 0; \end{cases} \quad x \in (-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{1}{6}\right).$$

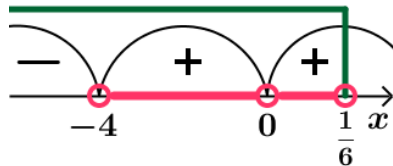
$$\text{Перепишем неравенство в виде: } \log_{0,5^2}(1-6x) \cdot \log_{(1-x)} 0,5 > 1 \Leftrightarrow \frac{\log_{0,5}(1-6x)}{2 \log_{0,5}(1-x)} > 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{(1-x)}(1-6x) > 2 \Leftrightarrow \log_{(1-x)}(1-x)^2 - \log_{(1-x)}(1-6x) < 0.$$

Применим метод рационализации. На ОДЗ неравенство равносильно:

$$(1-x-1)((1-x)^2-1+6x) < 0 \Leftrightarrow -x(1-2x+x^2-1+6x) < 0 \Leftrightarrow x(x^2+4x) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2(x+4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 0, \\ 0 < x < \frac{1}{6}. \end{cases}$$



Ответ: $(-4; 0) \cup \left(0; \frac{1}{6}\right)$.