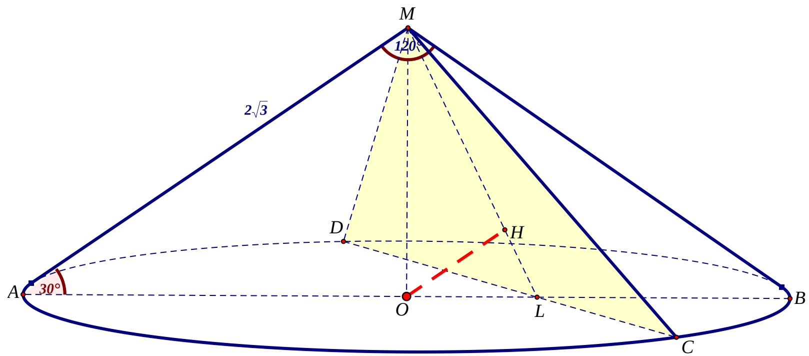
14. Дан прямой круговой конус с вершиной М. Осевое сечение конуса – треугольник с углом 120^0 при вершине М. Образующая конуса равна $2\sqrt{3}$. Через точку М проведено сечение конуса, перпендикулярное одной из образующих.

А) Докажите, что получившийся в сечении треугольник - тупоугольный

Б) Найдите расстояние от центра О основания конуса до плоскости сечения.



Решение.

а)$(CMD) \cap (ABC) = CD$; $AM \perp (CMD)$по условию, следов., $AM \perp CD$; диаметр $AB \cap CD = L$;

AO – проекция AM на (ABC) и по т. о трёх перпендикулярах $AL \perp CD$. Тогда L – середина CD в равнобедренном ΔCMD и $ML \perp CD$.

ΔAML – прямоугольный , так как $AM \perp ML$; $\angle MAO = 30°$ и $ML = AM \cdot tg30° = 2\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 2.$

Из ΔMLD по т. Пифагора $DL = \sqrt{DM^2 - ML^2} = \sqrt{12-4} = 2\sqrt{2}$, тогда $CD = 4\sqrt{2}$.

В ΔCMD имеем: $DM^2 + MC^2 = 24$, $CD^2 = 32$, т. е. $CD^2 > DM^2 + MC^2$, следов., ΔCMD – тупоугольный.

б)В прямоугольном ΔMOL проведем $OH \perp ML$; $CD \perp (MOL)$ так как $CD \perp OL$ и $CD \perp ML$, сдедов., $CD \perp OH$. Имеем: $OH \perp ML$, $OH \perp CD$, следов., $OH \perp (CMD)$и OH – искомое расстояние.

Из $\Delta\ AOM$ $MO = \dfrac{1}{2}AM = \sqrt{3}$. $\angle OML = \angle MAO = 30°$, тогда $OH = \dfrac{1}{2}MO = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.