

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$\sin^4 x + \cos^4 x > a \sin x \cos x$$

выполнено при любом значении  $x$ .

**Решение.**

Домножим неравенство на 2 и преобразуем левую часть, выделив полный квадрат:

$$2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 4\sin^2 x \cos^2 x = 2 - \sin^2 2x.$$

Тогда неравенство примет вид  $\sin^2 2x + a \sin 2x - 2 < 0$ . Положим  $\sin 2x = t$ , где  $|t| \leq 1$  и переформулируем условие задачи: найдите все значения  $a$ , при которых неравенство  $t^2 + at - 2 < 0$  выполнено при любом  $|t| \leq 1$ .

Рассмотрим функцию  $f(t) = t^2 + at - 2$ . Ее графиком является парабола с ветвями, направленными вверх. Поэтому неравенство  $f(t) < 0$  будет справедливо для всех  $t \in [-1; 1]$  тогда и только тогда, когда  $f(-1) < 0$  и  $f(1) < 0$ . Решая систему из этих условий, находим  $a \in (-1; 1)$ .

**Ответ:**  $(-1; 1)$ .