

Решите неравенство  $2 \cdot \left( \frac{7^x + 7^{-x}}{2} \right)^2 - 7 \cdot \frac{7^x + 7^{-x}}{2} + 3 \leq 0$ .

**Решение.**

Пусть  $\frac{7^x + 7^{-x}}{2} = t$ ,  $t > 0$ . Тогда:  $2t^2 - 7t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{7 - \sqrt{49 - 24}}{4} \leq t \leq \frac{7 + 5}{4} \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq t \leq 3$ .

Перейдем к переменной  $x$ .  $\frac{1}{2} \leq \frac{7^x + 7^{-x}}{2} \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq 7^x + \frac{1}{7^x} \leq 6 \Leftrightarrow$

$7^x \leq 7^{2x} + 1 \leq 6 \cdot 7^x$ . Заметим, что  $7^{2x} + 1 > 7^x$  при любом  $x \in R$ , так как  $7^{2x} + 1 = 49^x + 1 > 7^x$ .

Осталось решить неравенство  $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 1 \leq 0$ .

$$3 - \sqrt{9 - 1} \leq 7^x \leq 3 + \sqrt{8} \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{2} \leq 7^x \leq 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \log_7(3 - 2\sqrt{2}) \leq x \leq \log_7(3 + 2\sqrt{2}).$$

**О т в е т:**  $\left[ \log_7(3 - 2\sqrt{2}); \log_7(3 + 2\sqrt{2}) \right]$ .