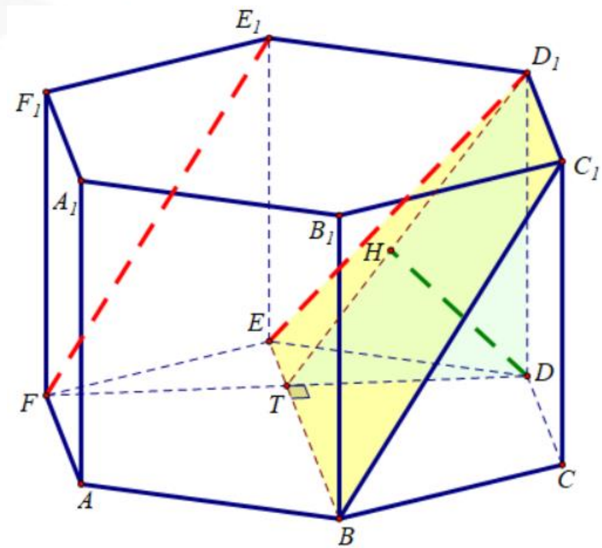
14. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 1.

а) Докажите, что точки F и C равноудалены от плоскости BED_1

б) Найдите расстояние между прямыми ED_1 и FE_1



Решение.

а) $FD \cap (BED_1) = T \in BE; FT = DT$, следов.,

$\rho\big(F,(BED_1)\big) = \rho\big(D,(BED_1)\big)$.

$DC \parallel BE$, следов., $DC \parallel (BED_1)$ и $\rho\big(D,(BED_1)\big) = \rho\big(C,(BED_1)\big)$.

Тогда $\rho\big(F,(BED_1)\big) = \rho\big(C,(BED_1)\big)$.

б) Пусть $(BED_1) = \alpha; ED_1 \subset \alpha$; $\alpha \cap (A_1B_1C_1) = C_1D_1 \parallel BE$;

$BC_1 \subset \alpha, BC_1 \parallel FE_1$, следов., $FE_1 \parallel \alpha$ и $\rho(ED_1, FE_1) = \rho(FE_1, \alpha) =$

$= \rho(F,\alpha) = \rho(D,\alpha)$.

$BE \perp DT, BE \perp DD_1$, следов., $BE \perp (D_1TD)$. В прямоугольном ΔD_1TD проведем $DH \perp TD_1$. Имеем

$DH \perp TD_1, DH \perp BE$, следов., $DH \perp \alpha$, т. е. DH − искомое расстояние и $DH = \dfrac{DT \cdot DD_1}{TD_1}$.

$$TD = \frac{1}{2}FD = \frac{\sqrt{3}}{2}; TD_1 = \sqrt{TD^2 + DD_1^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + 1} = \frac{\sqrt{7}}{2}; DH = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1}{\frac{\sqrt{7}}{2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Ответ: $\mathbf{\dfrac{\sqrt{21}}{7}}$.

с форума alexlarin.com
mathlesson.ru