

За прохождение каждого уровня платной сетевой игры можно получить от одной до трёх звёзд. При этом со счёта участника игры списывается 75 рублей при получении одной звезды, 60 рублей – при получении двух звёзд и 45 рублей при получении трёх звёзд. Миша прошёл несколько уровней игры подряд.

а) Могла ли сумма на его счёте уменьшиться при этом на 330 рублей?

б) Сколько уровней игры прошёл Миша, если сумма на его счёте уменьшилась на 435 рублей, а число полученных им звёзд равно 13?

в) За пройденный уровень начисляется 5000 очков при получении трёх звёзд, 3000 – при получении двух звёзд и 2000 – при получении одной звезды. Какую наименьшую сумму (в рублях) мог потратить на игру Миша, если он набрал 50000 очков, получив при этом 32 звезды?

Решение

Обозначим через x , y и z количество пройденных одно-, двух- и трёхзвёздных уровней соответственно.

а) Да, т.к. уравнение $75x + 60y + 45z = 330$ имеет решения в целых неотрицательных числах. Например, $x = 2$, $y = 3$, $z = 0$.

б) Для нахождения количества всех пройденных уровней, а это сумма $x + y + z$, запишем условие этого пункта в виде системы двух уравнений:

$$\begin{cases} 75x + 60y + 45z = 435 \\ x + 2y + 3z = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 4y + 3z = 29 \\ x + 2y + 3z = 13 \end{cases} \Rightarrow 6x + 6y + 6z = 42 \Rightarrow x + y + z = 7.$$

в) Преобразуем следующим образом систему двух уравнений для данного пункта:

$$\begin{cases} 2000x + 3000y + 5000z = 50000 \\ x + 2y + 3z = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y + 5z = 50 \\ x + 2y + 3z = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 18 \\ x + 2y + 3z = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 18 \\ y + z = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 4 - x \\ y = 10 + x \end{cases}$$

Чтобы x , y и z были целыми неотрицательными числами должно быть $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Сумма M , потраченная на игру, выражается формулой

$$M(x) = 75x + 60y + 45z = 15(5x + 4(10 + x) + 3(4 - x)) = 15(6x + 52).$$

Очевидно, что $M_{min} = M(0) = 780$.

Ответ: **а)** Да; **б)** 7; **в)** 780.