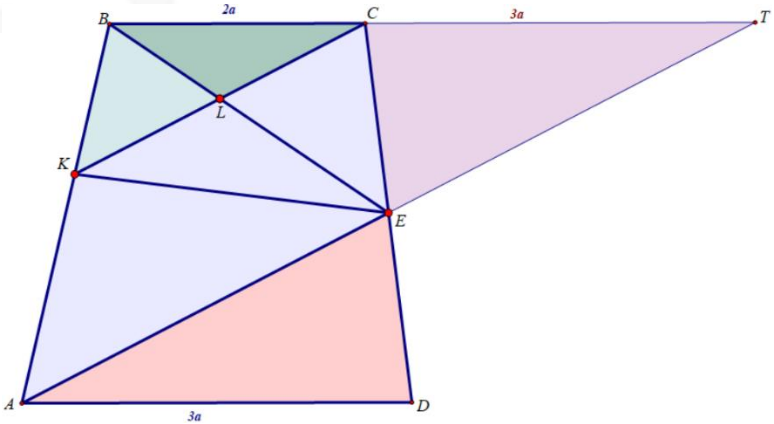
16. Точка E – середина боковой стороны CD трапеции ABCD. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки BE и CK пересекаются в точке L.

а) Докажите, что EL – медиана треугольника KCE

б) Найдите отношение площади треугольника BLC к площади четырехугольника AKCD, если площадь трапеции ABCD равна 100, а BC : AD = 2 : 3.



Решение.

а) $AE \cap BC = T$; $\Delta ADE = \Delta TCE$ по стороне и двум прилежащим углам ($CE = DE$, $\angle AED = \angle TEC$ – вертикальные, $\angle ADE = \angle TCE$ – накрест лежащие при $AD \parallel TC$ и секущей CD). Следов., $AE = TE$.

$KC \parallel AT$. Тогда $\Delta BLC \sim \Delta BET$ с $k = \dfrac{BL}{BE}$ и

$\Delta KBL \sim \Delta ABE$ с $k = \dfrac{BL}{BE}$, т. е. $\dfrac{LC}{ET} = \dfrac{KL}{AE}$. А так как $ET = AE$, то $LC = KL$ и EL – медиана $\Delta\, KCE$.

б) По условию $BC : AD = 2 : 3$. Пусть $BC = 2a, AD = 3a; CT = AD = 3a, S_{ABCD} = S$.

L – середина KC и $S_{BLC} = \dfrac{1}{2} S_{KBC}$. $\Delta ADE = \Delta TCE$ и $S_{ABT} = S_{ABCD} = S$. $\Delta KBC \sim \Delta ABT$ с $k = \dfrac{BC}{BT} = \dfrac{2}{5}$.

Тогда $S_{KBC} = \dfrac{4}{25} S, S_{BLC} = \dfrac{2}{25} S; S_{AKCD} = S - \dfrac{4}{25} S = \dfrac{21}{25} S$ и $\dfrac{S_{BLC}}{S_{AKCD}} = \dfrac{2}{25} S : \dfrac{21}{25} S = \dfrac{2}{21}$.

Ответ: $\mathbf{\dfrac{2}{21}}$.