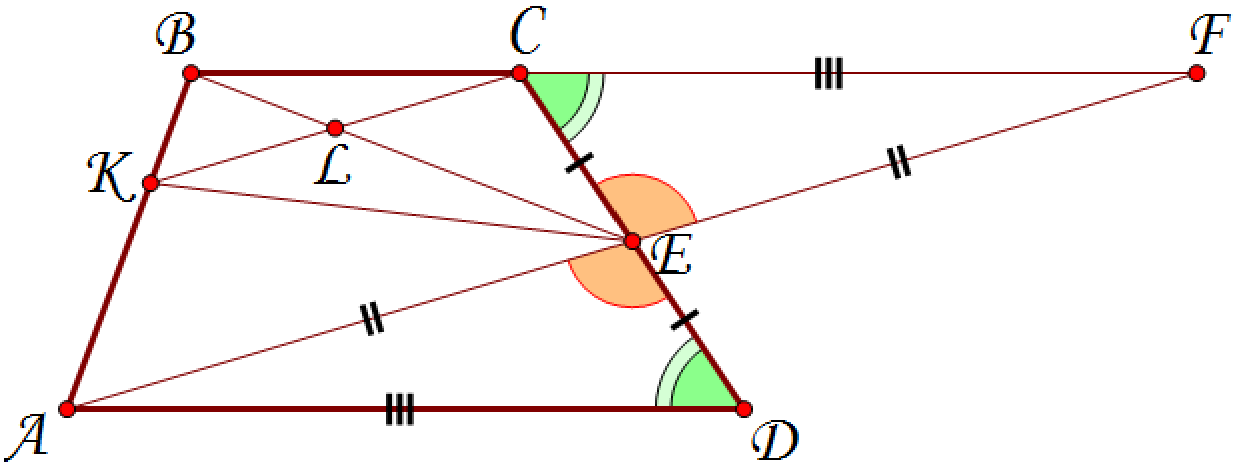
Точка E – середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку К так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки BE и CK пересекаются в точке L.

а) Докажите, что EL – медиана треугольника KCE

б) Найдите отношение площади треугольника BLC к площади четырехугольника $AKCD$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 100, а $BC : AD = 2 : 3$.

Решение.



а) Дополнительное построение: через точки A и E проведем прямую до ее пресечения с продолжением отрезка BC за точку C. Точку пересечения обозначим F. Поскольку $BF \parallel AD$, $CD -$ секущая, $\angle ECF = \angle ADE$ как накрест лежащие. $\angle CEF = \angle DEA$ как вертикальные, $CE = DE$ по условию. Следовательно, $\triangle ADE = \triangle FEC$ по второму признаку равенства треугольников. Отсюда: $AE = FE$, $BE -$медиана $\triangle ABF$, $AD = CF$.

Рассмотрим $\triangle KBC$ и $\triangle ABF$. В них: $KC \parallel AF$, откуда: $\triangle KBC$ и $\triangle ABF$ гомотетичны. Коэффициент гомотетии по условию и доказанному выше $(AD = CF)$ $k = 2/3$. Тогда по основному свойству гомотетии всякий элемент $\triangle ABF$ перейдет в соответствующий элемент $\triangle KBC$. Это значит, что медиана BE $\triangle ABF$ перейдет в медиану BL $\triangle KBL$, $KL = CL$.

б) $(\triangle ADE = \triangle FCE) \Rightarrow S(ADE) = S(FCE)$. Значит:

$S(ABCD) = S(ADE) + S(ABCE) = S(FCE) + S(ABCE) = S(ABF)$. Откуда: $S(ABF) = 100$.

$\triangle KBC \sim \triangle ABF$, $k = \dfrac{BC}{BF} = \dfrac{2}{5}$. $k^2 = \dfrac{4}{25}$; $\dfrac{S(BKC)}{S(ABF)} = \dfrac{4}{25}$; $S(BKC) = \dfrac{4S(ABF)}{25} = \dfrac{4 \cdot 100}{25} = 16.$

$S(AKCD) = D(ABCD) - S(BKC) = 100 - 16 = 84.$

Поскольку $KL = CL$, $S(BLC) = 0,5S(BKC)$. $\dfrac{S(BLC)}{S(AKCD)} = \dfrac{0,5S(BKC)}{S(AKCD)} = \dfrac{8}{84} = \dfrac{2}{21}$.

Ответ: б) $2:21$.