

19. На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 4 до 30 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

(а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 14?

(б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 13?

(с) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?

Решение.

(а) Нет, не могли, т. к. при любой расстановке разность числа 17 и любого соседнего с ним числа меньше 14.

(б) Да, например, если числа расставлены следующим образом: 4, 18, 5, 19, 6, 20, 7, 21, 8, 22, 9, 23, 10, 24, 11, 25, 12, 26, 13, 27, 14, 28, 15, 29, 16, 30, 17.

(с) Нужно рассматривать тройки чисел, и так как всего имеется 27 чисел, получим девять троек. Рассмотрим числа от 4 до 12. Если какие-то два из них стоят рядом или через одно, то найдется разность меньше 9. В этом случае число 13 стоит рядом или через одно с каким-то числом от 5 до 12 и найдется разность меньше 9. Значит, всегда найдется разность меньше 9.

Покажем, что все разности могут быть не меньше 8. Это возможно, например, для расстановки 4, 13, 22, 5, 14, 23, 6, 15, 24, 7, 16, 25, 8, 17, 26, 9, 18, 27, 10, 19, 28, 11, 20, 29, 12, 21, 30.

Ответ: (а) нет; (б) да; (с) 8.