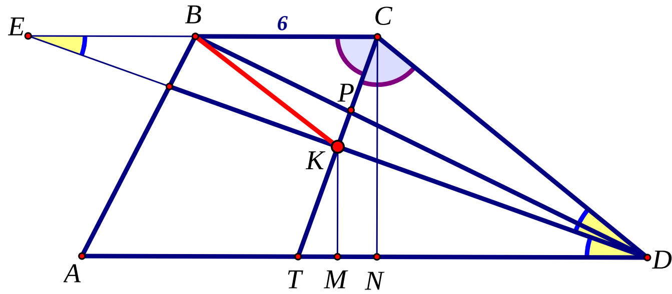
16. Биссектрисы углов С и D четырехугольника ABCD пересекаются в точке K. Диагональ BD разбивает отрезок KC в отношении 2:1, считая от вершины С. При этом площадь треугольника ACD в два раза больше площади треугольника AKD.

а) Докажите, что угол CKD прямой

б) Найдите BK, если BC=6



Решение.

а) $\frac{S_{AKD}}{S_{ACD}} = \frac{KM}{CN} = \frac{1}{2}$, где $KM \perp AD, CN \perp AD$.

$KM \parallel CN \Rightarrow \Delta TKM \sim \Delta TCN$ с $k = \frac{1}{2}$ по двум углам и $\frac{KT}{CT} = \frac{1}{2}$,

т. е. K – середина CT и DK – медиана ΔCDT. Но DK – биссектриса $\angle CDT \Rightarrow \Delta CDT$ – равнобедренный. Тогда DK – высота ΔCDT, т. е. $\angle CKD = 90°$.

б) $\angle CKD = 90°$, тогда $\angle CDK + \angle DCK = 90°$. А так как CK и DK биссектрисы $\angle BCD$ и $\angle ADC$, то $\angle BCD + \angle ADC = 180°$. Поскольку это односторонние углы, то $BC \parallel AD$.

$DK \cap CB = E$; $\angle CEK = \angle KDA$ – накрест лежащие; $\angle KDA = \angle KDC$, т. к. DK – биссектриса $\angle ADC \Rightarrow$

$\angle CEK = \angle CDK$ и ΔECD – равнобедренный. Тогда CK – медиана ΔECD, $BD \cap CK = P$ и $\frac{CP}{PK} = \frac{2}{1} \Rightarrow$

DB – медиана ΔECD и $CE = 2BC = 12$. В прямоугольном ΔCKE KB – медиана, проведенная из вершины прямого угла $\Rightarrow KB = \frac{1}{2}CE = 6$.

Ответ: **6.**