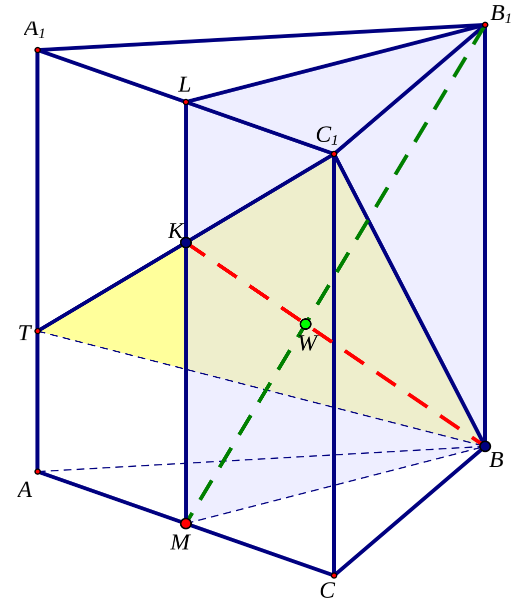
14. Дана правильная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания $AB=4$, а боковое ребро $AA_1=9$, Точка M – середина ребра AC, а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT=3$.

а) Докажите, что плоскость BB_1M делит отрезок C_1T пополам.

б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найти длину большей из них.



Решение.

а) $(BB_1M) \cap (A_1B_1C_1) = B_1L \parallel BM$; L – середина A_1C_1;

$(BB_1M) \cap (ACC_1) = LM \parallel AA_1; LM \cap C_1T = K, LK \parallel A_1T, C_1L = LA_1 \Rightarrow$

по т. Фалеса $C_1K = KT$.

б) $MB_1 \subset (BB_1M), (BTC_1) \cap (BB_1M) = KB, MB_1 \cap KB = W$.

$AT = 3, AA_1 = 9$, т. е. $AT = \frac{1}{3}AA_1$; KL – средняя линия ΔA_1C_1T и

$KL = \frac{1}{2}A_1T = \frac{1}{3}AA_1 = \frac{1}{3}BB_1$. Тогда $KM = \frac{2}{3}BB_1$, т. е. $\frac{KM}{BB_1} = \frac{2}{3}$.

$\Delta KWM \sim \Delta BWB_1$ по двум углам $\Rightarrow \frac{WM}{WB_1} = \frac{KM}{BB_1} = \frac{2}{3}$ и $WB_1 = \frac{3}{5}MB_1$.

$BM = BC\sin 60° = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$. По т. Пифагора $MB_1 = \sqrt{BM^2 + BB_1^2} = \sqrt{12 + 81} = \sqrt{93}$; $WB_1 = \frac{3\sqrt{93}}{5}$.

Ответ: $\mathbf{\frac{3\sqrt{93}}{5}}$.