а) Решите уравнение $|\cos x+\cos 3x|=-\cos 2x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\frac{\pi}{2}\right]$.

Р е ш е н и е:

а) Преобразуем подмодульное выражение.

$\cos x+\cos 3x=2\cos\frac{x+3x}{2}\cos\frac{3x-x}{2}=2\cos 2x\cdot\cos x.$ Далее: $|2\cos 2x\cdot\cos x|=-\cos 2x.$

Пусть $-\cos 2x=u,\ u\ge 0,\ \cos x=v.$ Тогда: $|-2uv|=u \Leftrightarrow \begin{cases} u\ge 0 \\ 4u^2v^2-u^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

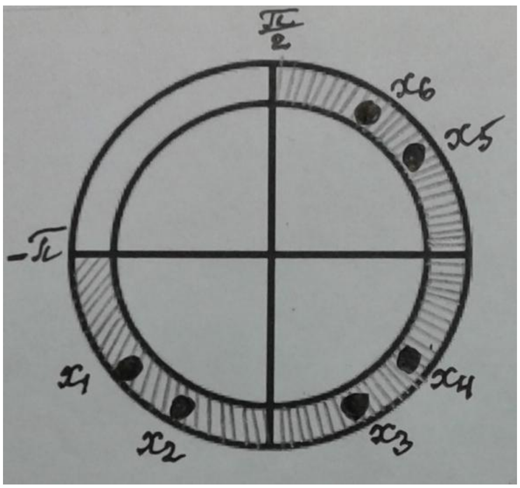
$\Leftrightarrow \begin{cases} u\ge 0 \\ u^2(4v^2-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u\ge 0 \\ u(v+0,5)\cdot(v-0,5)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=0 \\ v=\pm\frac{1}{2}\cdot \end{array}\right.$

Перейдем к переменной x.

$\cos 2x=0 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+\pi n\mid n\in Z \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\cdot n\mid n\in Z.$

$\cos x=\pm\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+\pi n\mid n\in Z.$

б) Отбор корней произведем с помощью единичной окружности.



$x_1=-\pi+\frac{\pi}{4}=-\frac{3\pi}{4};\ x_2=-\pi+\frac{\pi}{3}=-\frac{2\pi}{3};$

$x_3=-\frac{\pi}{3};\ x_4=-\frac{\pi}{4};\ x_5=\frac{\pi}{4};\ x_6=\frac{\pi}{3}.$

О т в е т: а) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\cdot n\mid n\in Z;\ \pm\frac{\pi}{3}+\pi n\mid n\in Z.$

б) $-\frac{3\pi}{4};\ -\frac{2\pi}{3};\ -\frac{\pi}{3};\ -\frac{\pi}{4};\ x_5=\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{3}.$