13. а) Решите уравнение $\log_4\left(2^{2x}-\sqrt{3}\cos x-\sin 2x\right)=x$

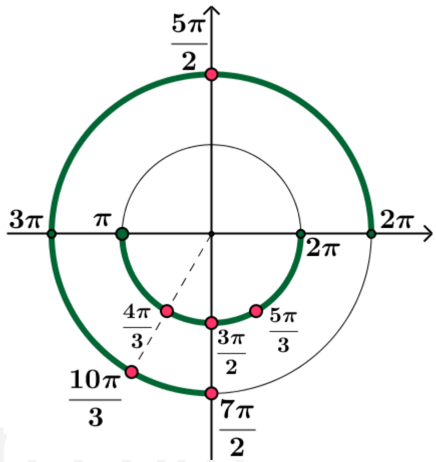
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $x\in\left[\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$

Решение.

а) $\log_4\left(2^{2x}-\sqrt{3}\cos x-\sin 2x\right)=x \iff 2^{2x}-\sqrt{3}\cos x-\sin 2x=2^{2x} \iff$

$$\iff \sqrt{3}\cos x+2\sin x\cos x=0 \iff \cos x\left(\sqrt{3}+2\sin x\right)=0 \iff \left[\begin{array}{l}\cos x=0,\\ \sqrt{3}+2\sin x=0;\end{array}\right. \iff$$

$$\iff \left[\begin{array}{l}\cos x=0,\\ \sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k,k\in\mathbb{Z},\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+2\pi m,m\in\mathbb{Z},\\ x=\dfrac{4\pi}{3}+2\pi n,n\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$$



б) Отбор корней $\in\left[\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$ выполним с помощью числовой окружности:

$x_1=\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}$; $\quad x_2=\pi+\frac{\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}$; $\quad x_3=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$;

$x_4=2\pi+\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi}{2}$; $\quad x_5=3\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{10\pi}{3}$; $\quad x_6=\frac{7\pi}{2}$.

Ответ: (а) $\frac{\pi}{2}+\pi k,k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi m,m\in\mathbb{Z}$; $\frac{4\pi}{3}+2\pi n,n\in\mathbb{Z}$. (б) $\frac{4\pi}{3}$; $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{3}$; $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{10\pi}{3}$; $\frac{7\pi}{2}$.