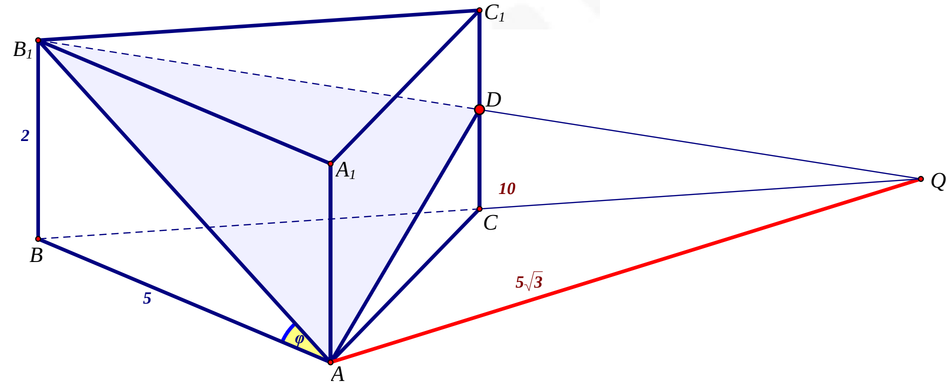
№14 вариант 317.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ через середину D ребра CC_1 проведено сечение ADB_1.

а) Найдите, в каком отношении сечение делит объем призмы.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1, если боковые ребра равны 2, а стороны основания равны 5.



Решение.

а) $(ADB_1) \cap (ABC) = AQ$;

$V_{B_1BACD} = V_{B_1BAQ} - V_{DACQ}$.

$\Delta QDC_1 = \Delta B_1DC_1$ по стороне и двум прилежащим углам $\Rightarrow CQ = B_1C_1 = BC$.

Тогда $S_{ACQ} = \frac{1}{2}S_{BAQ}$; $DC = \frac{1}{2}BB_1 \Rightarrow$

$V_{DACQ} = \frac{1}{4}V_{B_1BAQ}$, а $V_{B_1BACD} = \frac{3}{4}V_{B_1BAQ} = \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot 2S_{ABC}\cdot BB_1 = \frac{1}{2}V_{ABCA_1B_1C_1}$.

Следовательно, сечение делит объем призмы в отношении 1: 1.

б) Из п. а) $BQ = 2BC = 10$; $\angle ABC = 60°$. По т. косинусов $AQ = \sqrt{AB^2 + BQ^2 - 2AB\cdot BQ\cdot cosABC} =$

$= \sqrt{25 + 100 - 2\cdot 5\cdot 10\cdot\frac{1}{2}} = 5\sqrt{3}$. Имеем: $BQ^2 = 100$; $AB^2 + AQ^2 = 25 + 75 = 100 \Rightarrow$ по т. обратной т. Пифагора ΔBAQ – прямоугольный, т. е. $BA \perp AQ$. А так как BA – проекция B_1A на (ABC), то по т. о трех перпендикулярах $B_1A \perp AQ$ и $\angle B_1AB = \varphi$ – линейный угол двугранного угла между (ABC) и (ADB_1).

$tg\varphi = \frac{BB_1}{AB} = \frac{2}{5}$, а $\varphi = arctg0{,}4$.

Ответ: $\boldsymbol{arctg0,4}$