Введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned} m,\ n &- \text{первоначальное количество учителей в городах А и В соответственно,}\\ P_m,\ Q_n &- \text{первоначальные средние баллы в городах А и В соответственно,}\\ P_{m-1},\ Q_{n+1} &- \text{средние баллы в городах А и В после перехода одного учителя,}\\ p &- \text{тестовый балл перешедшего учителя.} \end{aligned}$$

По условию $m+n=51, \quad m,n \geqslant 2, \quad P_m, Q_n, p \in \mathbb{N}$.

а) Нет. Допустим противное, т.е. что $P_{m-1} = 2P_m$. Тогда

$$P_{m-1} = 2\frac{P_{m-1}(m-1)+p}{m} \quad \Longrightarrow \quad P_{m-1}(m-2)+2p=0,$$

что невозможно, т.к. $P_{m-1} > 0,\ m \geqslant 2, \quad p \in \mathbb{N}$.

б, в) Пусть после перехода учителя средние баллы выросли на 10%. Тогда

$$\begin{cases} P_{m-1} = 1{,}1\cdot\dfrac{P_{m-1}(m-1)+p}{m} \\ 1{,}1Q_n = \dfrac{Q_n\cdot n+p}{n+1} \end{cases} \Longrightarrow \quad \begin{cases} p = P_{m-1}\dfrac{11-m}{11} \\ p = Q_n\dfrac{11+n}{10} \end{cases} \Longrightarrow \quad P_{m-1}\frac{11-m}{11} = Q_n\frac{11+n}{10}.$$

Заменим m на $51-n$ и получим

$$P_{m-1}\frac{n-40}{11} = Q_n\frac{n+11}{10}, \quad \text{где} \quad 41 \leqslant n \leqslant 49. \qquad (*)$$

Если $Q_n = 1$, то $n=49$, т.к. $n+11 \vdots 10$. В этом случае $(*)$ примет вид $P_{m-1}\frac{9}{11} = 6$, что невозможно, т.к. 6 не кратно 9.

Если $Q_n = 2$, то допустимы два варианта:

$$n = 49 \quad \Longrightarrow \quad P_{m-1}\frac{9}{11} = 12,$$

$$n = 44 \quad \Longrightarrow \quad P_{m-1}\frac{9}{11} = 11.$$

Оба варианта не подходят, т.к. ни 12, ни 11 не кратны 9.

Если $Q_n = 3$, то $n = 49$ и $(*)$ примет вид $\frac{P_{m-1}}{11} = 2$. Такой вариант возможен. В этом случае $m = 2$, $n = 49$, $P_1 = 22$, $p = 18$, $P_2 = 20$, $Q_{49} = 3$, $Q_{50} = 3{,}3$.

Ответ: **а)** Нет; **б)** Нет; **в)** 3.