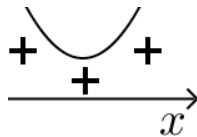


## Решение.

Рассмотрим функцию  $y(x) = x^2 + 2(a + 2b)x + 2a^2b + 4b^2 - 2ab - 6b + 15$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;  
при  $\forall a, b$  графиком функции является парабола, ветви направлены вверх,  
тогда исходное неравенство не имеет решений, если  $D_1 < 0$



(то есть вся парабола расположена выше оси  $OX$ ):

$$(a + 2b)^2 - 2a^2b - 4b^2 + 2ab + 6b - 15 < 0 \Leftrightarrow a^2 + 4ab + 4b^2 - 2a^2b - 4b^2 + 2ab + 6b - 15 < 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (1 - 2b)a^2 + 6ab + 6b - 15 < 0 \quad (*).$$

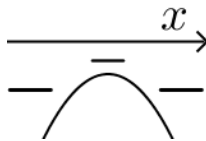
Нужно найти такие значения параметра  $b$ , чтобы неравенство (\*) выполнялось при  $\forall a$ .

Если  $1 - 2b = 0 \Leftrightarrow b = 0,5$ , неравенство (\*) линейное и примет вид:  $3a - 12 < 0 \Leftrightarrow a < 4$ ;  
условие задачи не выполняется (неравенство (\*) НЕ выполняется при  $a \geq 4$ ).

Если  $b \neq 0,5$ , неравенство квадратное. Рассмотрим функцию

$$f(a) = (1 - 2b)a^2 + 6ab + 6b - 15,$$

графиком является парабола; нужно найти такие  $b$ , при которых все значения  
параболы отрицательны. Для этого необходимо выполнение следующих условий:



$$\begin{cases} 1 - 2b < 0, \\ D_1 < 0; \end{cases} \begin{cases} 2b > 1, \\ 9b^2 - (1 - 2b)(6b - 15) < 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0,5, \\ 9b^2 - 6b + 15 + 12b^2 - 30b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b > 0,5, \\ 7b^2 - 12b + 5 < 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0,5, \\ 7\left(b - \frac{5}{7}\right)(b - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0,5, \\ \frac{5}{7} < b < 1; \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{7} < b < 1.$$

$$b_{1,2} = \frac{6 \pm 1}{7} = \left\{ \frac{5}{7}; 1 \right\}$$

alexlarin.com

mathlesson.ru

Ответ:  $b \in \left( \frac{5}{7}; 1 \right)$ .