Решение

Последовательно получаем:

$$3\cdot(x+1)^{\log_2(x+1)^2}-48\cdot 2^{\log_2^2(x+1)}\geq 2\cdot(x+1)^{\log_2(x+1)}-32\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3\cdot(x+1)^{2\log_2(x+1)}-48\cdot(x+1)^{\log_2 x}\geq 2\cdot(x+1)^{\log_2(x+1)}-32\Leftrightarrow 3(x+1)^{2\log_2(x+1)}-50\cdot(x+1)^{\log_2 x}+32\geq 0\Leftrightarrow.$$

$$\Leftrightarrow\left(3(x+1)^{\log_2(x+1)}-2\right)\left((x+1)^{\log_2(x+1)}-16\right)\geq 0\Leftrightarrow\left(2^{\log_2^2(x+1)}-2^{\log_2\frac{2}{3}}\right)\left(2^{\log_2^2(x+1)}-2^4\right)\geq 0\Leftrightarrow \log_2^2(x+1)-4\geq 0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(\log_2(x+1)-(-2)\right)\left(\log_2(x+1)-2\right)\geq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\ \left(x+1-\frac{1}{4}\right)(x+1-4)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\ \left(x+\frac{3}{4}\right)(x-3)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-1;\ +\infty)\\ x\in\left(-\infty;\ -\frac{3}{4}\right]\cup[3;\ +\infty)\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(-1;\ -\frac{3}{4}\right]\cup[3;\ +\infty).$$

Ответ: $\left(-1;\ -\frac{3}{4}\right]\cup[3;\ +\infty)$