Решение. $\sin 2x = 2\sin x\cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(а) Применим формулы синуса и косинуса двойного аргумента и перенесём всё в левую часть. Уравнение примет вид:

$$\sin x + \cos x + \cos 2x - \sin 2x\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin x + \cos x + (\cos^2 x - \sin^2 x)(1 - \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \cos x + (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)(1 - \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)\big(1 + (\cos x - \sin x)(1 - \sin 2x)\big) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} \sin x + \cos x = 0, \\ 1 + (\cos x - \sin x)(1 - \sin 2x) = 0 \ (*); \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

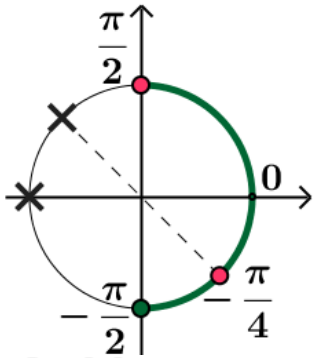
$(*)$ Пусть $\cos x - \sin x = t$, $|t| \le \sqrt{2}$, тогда $t^2 = \cos^2 x - 2\sin x\cos x + \sin^2 x = 1 - \sin 2x$; уравнение примет вид: $1 + t\cdot t^2 = 0 \Leftrightarrow t^3 = -1 \Leftrightarrow t = -1.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x + \cos x = 0, \\ \cos x - \sin x = -1; \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} tgx + 1 = 0, \\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos x - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} tgx = -1, \\ \cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ x + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}, \\ x + \dfrac{\pi}{4} = -\dfrac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}, \\ x = -\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{array}\right.$$

(б) Отбор корней $\in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ выполним с помощью числовой окружности:

$x_1 = -\frac{\pi}{4}$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$.



Ответ: (а) $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; $-\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. (б) $-\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{2}$.