

### Условие

Решите неравенство:

$$\log_{7-x}(2x+3) \cdot \log_{2x+3}(3x^2) \leq \log_{7-x}(3x+4) \cdot \log_{3x+4}(10x+25).$$

### Решение

Последовательно получаем:

$$\log_{7-x}(2x+3) \cdot \log_{2x+3}(3x^2) \leq \log_{7-x}(3x+4) \cdot \log_{3x+4}(10x+25) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; +\infty) \\ \log_{7-x}(3x^2) - \log_{7-x}(10x+25) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup (0; 7) \\ \frac{3x^2 - (10x+25)}{7-x-1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup (0; 7) \\ \frac{3x^2 - 10x - 25}{x-6} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup (0; 7) \\ \frac{(3x+5)(x-5)}{x-6} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup (0; 7) \\ \frac{x-5}{x-6} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup (0; 7) \\ x \in (-\infty; 5] \cup (6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup (0; 5] \cup (6; 7).$$

**Ответ:**  $\left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup (0; 5] \cup (6; 7).$