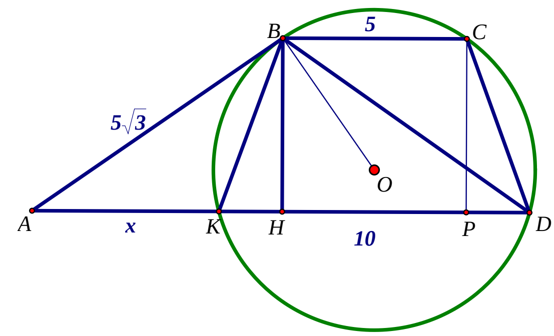
№16 вариант 306.

16. Окружность проходит через вершины C и D трапеции ABCD, касается боковой стороны AB в точке B и пересекает большее основание AD в точке K. Известно, что $AB = 5\sqrt{3}, BC = 5, KD = 10$.

а) Докажите, что $BD = \sqrt{AD \cdot BC}$

б) Найти радиус окружности.



Решение.

а)Пусть $AK = x$. По свойсту секущей и касательной $AB^2 = AD \cdot AK$;

$75 = (x + 10) \cdot x; x^2 + 10x - 75 = 0,$ откуда $x = 5.$

$BH -$ высота трапеции; $KH = \dfrac{KD - BC}{2} = 2{,}5; AH = 7{,}5 = DH,$ т. е.

$BH -$ высота и медиана $\Delta ABD \Rightarrow \Delta ABD -$ равнобедренный и $BD = AB = 5\sqrt{3}.$

$\sqrt{AD \cdot BC} = \sqrt{15 \cdot 5} = 5\sqrt{3} \Rightarrow BD = \sqrt{AD \cdot BC}.$

б)В ΔABH $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{75 - \dfrac{225}{4}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{2}AB \Rightarrow \angle BAD = \angle BDA = 30°;$

$BK = \sqrt{BH^2 + KH^2} = \sqrt{\dfrac{75}{4} + \dfrac{25}{4}} = 5.$ По т. синусов $\dfrac{BK}{sin\angle BDA} = 2R,$ тогда $R = \dfrac{5}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 5.$

Ответ: **5**.