а) Перепишем уравнение в виде $3-2\sqrt{3}\,(\cos x-\sin x)-2\sin 2x=0$ и введем параметр $a=\sqrt{3}$. Получим $a^2-2a(\cos x-\sin x)-2\sin 2x=0$. Решим это уравнение как квадратное относительно a. Четверть дискриминанта $\frac{D}{4}=(\cos x-\sin x)^2+2\sin 2x=(\cos x+\sin x)^2$, поэтому

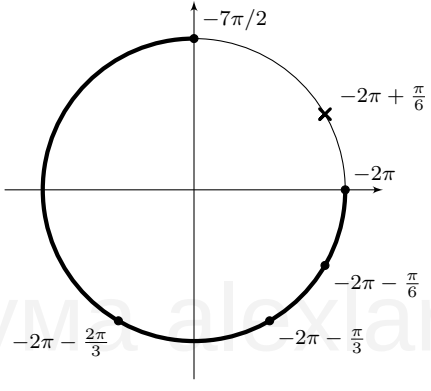
$$a=(\cos x-\sin x)\pm(\cos x+\sin x)\quad\Leftrightarrow\quad\left[\begin{array}{l}2\cos x=a,\\ 2\sin x=-a.\end{array}\right.$$

Подставляя $a=\sqrt{3}$, получаем совокупность

$$\left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\\ \sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\end{array}\right.\quad\Leftrightarrow\quad\left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{6}+2\pi n,\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+2\pi k,\\ x=-\dfrac{2\pi}{3}+2\pi m,\end{array}\right.$$

где $k,m,n\in\mathbb{Z}$.

б) Отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$, при помощи числовой окружности.



Ответ: а) $\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi k$; $-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, где $k,m,n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{8\pi}{3}$; $-\frac{7\pi}{3}$; $-\frac{13\pi}{6}$.