

Решение.

а) $\angle COD = 90^\circ \Rightarrow \cup CD = 90^\circ$; $\angle CAD = \frac{1}{2} \cup CD = 45^\circ$ как вписанный;

аналогично, $\angle AOB = 90^\circ \Rightarrow \cup AB = 90^\circ$; $\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB = 45^\circ \Rightarrow \angle CAD = \angle ACB$, а это накрест лежащие углы при прямых BC и AD и секущей $AC \Rightarrow BC \parallel AD$.

б) $S_{\triangle BOC} = S_{\triangle AOD}$, т. к. $AO = BO = CO = DO$, $\angle AOD = 180^\circ - \angle BOC$, т. е.

$\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$. А так как $BC = \frac{1}{2} AD$, то $MO = 2ON$, где MO и ON – высоты $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$.

$MO + ON = CH = 9 \Rightarrow MO = 6, NO = 3$.

$ABCD$ – равнобедренная трапеция, $KH = BC = a$, $HD = AK = \frac{a}{2} \Rightarrow AH = \frac{3}{2}a$.

$\triangle AHC$ – прямоугольный, $\angle CAD = 45^\circ \Rightarrow AH = CH = 9$. Тогда $\frac{3}{2}a = 9$, откуда $a = 6$.

$AO^2 = AN^2 + ON^2 = 6^2 + 3^2 = 45$; $S_{\triangle AOB} = \frac{AO^2}{2} = \frac{45}{2} = 22,5$.

Ответ: 22,5.

